



# Interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele desde el aprendizaje significativo en la caracterización de variables cualitativas

Interpretation and Application of the Van Hiele Model from the Perspective of Meaningful Learning in the Characterization of Qualitative Variables

Acevedo Arias María Inés

[mariaacevedo@umecit.edu.pa](mailto:mariaacevedo@umecit.edu.pa)

<https://orcid.org/0000-0002-2061-4240>

Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología, Panamá.

## Resumen

El presente artículo tuvo como propósito analizar la interpretación y aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele, sustentado en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, para la caracterización de variables cualitativas en estudiantes de educación básica secundaria. Dentro de las estrategias metodológicas se basó en un paradigma cualitativo interpretativo y diseño de investigación acción pedagógica (IAP), con un total de 60 sujetos clave conformado por estudiantes del ciclo VI de la Institución Educativa Marcos García Carrillo (Colombia), utilizando la triangulación metodológica a partir de cuestionario diagnóstico, pruebas pre-post, entrevistas semiestructuradas, observación de aula y diario de campo. Dentro de los resultados se obtuvo que el análisis mostró que la progresión en los niveles de razonamiento de los estudiantes fue significativa, dado que el 66 % de los estudiantes presentaba dificultades para identificar y clasificar variables, y el 79 % logró diferenciarlas, organizarlas en tablas de frecuencia e interpretar las representaciones gráficas de estas, después de la intervención, emergen cinco descriptores de aprendizaje que son el reconocimiento contextual, clasificación por atributos, construcción tabular, interpretación gráfica y argumentación estadística. Finalmente, se concluyó que la articulación teórica entre Van Hiele y el aprendizaje significativo se convierte en un andamiaje didáctico apropiado que facilita el tránsito del razonamiento visual-descriptivo hacia niveles analíticos y argumentativos en la estadística escolar, además se considera su utilización con vistas a la formación docente y la progresión de los diseños curriculares.

**Palabras clave:** Modelo de Van Hiele; Aprendizaje significativo; Variables cualitativas; Investigación acción pedagógica; Educación matemática.

## Abstract

This article aimed to analyze the interpretation and application of Van Hiele's reasoning model, based on Ausubel's theory of meaningful learning, for the characterization of qualitative variables in secondary school students. The methodological strategies employed were based on an interpretive qualitative paradigm and a pedagogical action research (PAR) design, with a total of 60 key subjects comprised of students from the sixth cycle of the Marcos García Carrillo Educational Institution (Colombia). Methodological triangulation was used, utilizing a diagnostic questionnaire, pre-post tests, semi-structured interviews, classroom observation,

and field notes. The results showed that the analysis revealed a significant progression in students' reasoning levels. While 66% of students initially struggled to identify and classify variables, 79% were able to differentiate them, organize them into frequency tables, and interpret their graphical representations after the intervention. Five learning descriptors emerged: contextual recognition, classification by attributes, tabular construction, graphical interpretation, and statistical argumentation. Finally, concluded that the theoretical framework connecting Van Hiele's theory to meaningful learning provides an appropriate didactic scaffolding that facilitates the transition from visual-descriptive reasoning to analytical and argumentative levels in school statistics. Furthermore, its application is recommended for teacher training and curriculum development.

**Keywords:** Van Hiele model; Meaningful learning; Qualitative variables; Pedagogical action research; Mathematics education.

## 1. Introducción

El desarrollo del pensamiento aleatorio contribuye al estudiante en la interpretación de los fenómenos que suceden en su entorno, en la educación actual, aunque se sabe que la enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria presenta problemas como la apatía del estudiante y el uso de métodos tradicionales. En Colombia, los resultados de las pruebas Saber dan cuenta de oscilaciones preocupantes en habilidades de razonamiento y resolución de problemas; considerando esta situación problemática, la investigación propone el Modelo de Van Hiele, originalmente orientado a la geometría, como medio para articular el razonamiento estadístico, por ende, la investigación se centra en la caracterización de variables cualitativas, es decir, los atributos no numéricos que permiten clasificar y describir en patrones una población.

En este contexto, se debe destacar que la presente investigación se apoya en una propuesta teórica original, con el propósito de abordar las dificultades que persisten en la enseñanza y en la comprensión de conceptos esenciales de la estadística básicos como las variables cualitativas por parte de los estudiantes de educación básica. Cabe destacar que el concepto central de esta propuesta radica en la síntesis deliberada y aplicada de dos importantes modelos pedagógicos de gran currículum en la Didáctica de la Matemática, el Modelo de Desarrollo del Pensamiento Geométrico de Pierre y Dina van Hiele frente a la Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel (Moreira, 2005), no obstante, el estudio no consiste, en un simple conglomerado de teorías, sino en una articulación estratégica en favor de un marco didáctico coherente y poderoso, que guiará el diseño de la intervención pedagógica y la interpretación de sus resultados. La originalidad conceptual se encuentra precisamente en la transferencia transversal de un modelo como el de Van Hiele, que se planteó originariamente para la geometría hacia un ámbito que podría parecer lejano o distinto como la estadística descriptiva, la que se aprecia que puede demostrar un conocimiento y habilidades importantes al respecto, tal movimiento no deja de ser una invitación a la reflexión crítica sobre la transferibilidad de los modelos cognitivos de aprendizaje de la matemática a otras áreas curriculares distintas tal como lo plantea Chavarría (2020), exponiendo que en los procesos de construcción del conocimiento existe la posibilidad de principios universales.

El Modelo de Van Hiele sostiene que la enseñanza de la geometría no es un camino lineal y regular, sino que se avanza a través de cinco fases sucesivas y dependientes: reconocimiento (fase 0), análisis (fase 1), clasificación (fase 2), deducción informal (fase 3) y rigor (fase 4) (Fuentes, 2017). De acuerdo con el modelo, un estudiante no puede pasar a la fase inmediatamente superior sin haber alcanzado, al menos de forma escondida, el aprendizaje de la fase anterior, un ejemplo de esto se relacionado con un estudiante de nivel 0, en la fase de reconocimiento, puede identificar figuras por su aspecto global (me parece un cuadrado), pero no puede explicar sus propiedades; un estudiante que ha llegado a la fase de análisis, por el contrario, puede identificar propiedades (lados iguales, ángulos rectos) pero no necesariamente las relaciones que hay entre ellas. En la fase de clasificación, se agrupan figuras bajo un mismo título en función de su coincidencia en un conjunto de propiedades invariantes; en la fase de definición, se establece un concepto en la que están presentes dichas propiedades, finalmente, la fase de deducción formal implica la construcción de los argumentos y pruebas lógico-matemáticas, por ende, la utilización de esta experiencia de aprendizaje para caracterizar variables cualitativas implica transformar las fases en un nuevo escenario.

Cabe destacar, que las etapas de reconocimiento y análisis podrían corresponder a la destreza del estudiante para identificar y nombrar categorías cualitativas en situaciones de la vida diaria, en donde la fase de

clasificación sería la más importante, ya que implicaría la agrupación de datos en categorías mutuamente excluyentes y exhaustivas basadas en los criterios de la cualidad, seguidamente, la etapa de definición se podría resumir en la formulación de una conceptualización explícita de qué es una variable cualitativa y cómo está caracterizada, en ese sentido, separándola de otra serie de concepciones. Finalmente, la fase de deducción podría representar la propia capacidad de utilizar correctamente la caracterización para resolver problemas o hacer inferencias sencillas, en tal sentido, la fortaleza del enfoque reside en que es capaz de diagnosticar el nivel de razonamiento de los estudiantes en ese momento y, a partir de ahí, diseñar actividades que les permitan avanzar de una forma estructurada y progresiva, evitando los saltos conceptuales que llevan al aprendizaje memorístico o superficial.

No obstante, el Modelo de Van Hiele, únicamente, hace alusión a qué hacer desde una perspectiva cognitiva pero no menciona el cómo promover adecuadamente ese proceso desde una perspectiva psicopedagógica, ahí es donde el Aprendizaje Significativo de Ausubel tiene una gran importancia para complementar teóricamente la propuesta, donde la idea central de Ausubel se encuentra en que el aprendizaje significativo es aquel que tiene lugar cuando una nueva información se asocia de forma no arbitraria y sustancial con el conocimiento previo del receptor (Lemos, 2016). Este tipo de aprendizaje contrasta con el aprendizaje mecánico, que consiste en memorizar símbolos o frases sin conexión con el esquema cognitivo del docente, así mismo, para que el aprendizaje significativo pudiera ser adecuado, Ausubel considera que uno mismo debe interaccionar entre tres factores: el conocimiento previo del estudiante que debe ser relevante y diferenciado, la disponibilidad para aprender y la naturaleza de la materia que se debe aprender que puede ser presentada a través de mapas conceptuales o preguntas generadoras.

En el contexto de la caracterización de variables cualitativas, el Aprendizaje Significativo permite garantizar que los estudiantes no solo pasen por las fases de Van Hiele de forma superficial, sino que construyan el conocimiento (Fouz y De Donosti, 2005). La propuesta de intervención pedagógica que desarrollada en este trabajo busca relacionar la noción de variable cualitativa de forma extremadamente abstracta con experiencias vividas por los alumnos, por ejemplo color de los ojos, deportes que más les gustan, tipo de animales de compañía, con sus conocimientos previos sobre clasificación y categorización, y con otros contenidos matemáticos ya aprendidos, en tal sentido, la actividad de describir, clasificar, definir y demostrar, propio del modelo de Van Hiele, devenir un medio para que se produzca el aprendizaje significativo. Al describir ejemplos de variables cualitativas, los estudiantes acceden a su conocimiento experiencial y de tipo lingüístico.

Al clasificar estas muestras, aseguran establecer conexiones lógicas, por ende, al exponer lo que se entiende por variable cualitativa, sintetizan su propio conocimiento y lo articulan mediante vocabulario matemático; no obstante, al dar muestra de su asimilación en la presentación de problemas, verifican la profundidad de la integración conceptual (Jiménez, 2014). La confluencia de las dos teorías ofrece como resultado un marco teórico dual robusto, relacionado con el modelo Van Hiele da lugar a una secuencia lógica de objetivos educativos y el Aprendizaje Significativo establece el principio pedagógico para alcanzar estos objetivos de manera óptima, esta confluencia es una aportación teórica contundente al ámbito de la Matemática Educativa, ya que delimita un camino a seguir bien caracterizado y que permite la enseñanza de contenidos estadísticos que suelen ser considerados abstractos y difíciles para niños y niñas de primaria.

## 2. Metodología

La investigación se enmarcó en un paradigma pragmático, basado en un enfoque mixto con un doble objetivo que consistía en interpretar y aplicar el modelo de Van Hiele tal y como se contempla desde el Aprendizaje Significativo para enseñar la caracterización de variables (Arias, 2012). En este sentido, este diseño metodológico resulta ser pertinente para dar respuesta a preguntas relacionadas con la mejora práctica de la realidad educativa, así como la buena comprensión de los fenómenos sociales y cognitivos en su contexto natural, en este orden de ideas, la IAP no considera la investigación como un acto de observación externa, sino como una intervención planificada y reflexiva en el interior de una comunidad educativa, cuyo objetivo es hacer cambios positivos, transformadores. La investigación se desarrolló como un caso único en la Institución Educativa Marcos García Carrillo, Colombia, concretamente en una muestra intencional de 60 estudiantes de sexto grado, cabe destacar que la elección de la muestra intencional y no aleatoria resulta pertinente en la búsqueda de una comprensión exhaustiva y densa del fenómeno en un contexto dado, no pretendiendo la generalización de los resultados.

La justificación del paradigma pragmático, con un enfoque mixto se basa en la opción de que el objetivo no era medir el cambio a través de variables cuantitativas, sino explorar y dar sentido a cómo los alumnos van construyendo y modificando las concepciones que tienen sobre las variables cualitativas a partir de una experiencia de aprendizaje estructurado. Cabe destacar que, para garantizar la credibilidad, confiabilidad y validez de los resultados, utilizándose un riguroso mecanismo de triangulación metodológica, con la combinación de diferentes mecanismos de recolección para estudiar un mismo fenómeno, en tal sentido, esta estrategia es considerada como una técnica que se utiliza en la investigación cualitativa para reforzar la validez de las conclusiones y evitar en la medida de lo posible el sesgo del investigador (Bisquerra, 2004). La recolección de los datos se realizó con una combinación de la integración de instrumentos como un cuestionario inicial para diagnosticar el conocimiento previo, entrevistas semiestructuradas con el fin de obtener, de manera más profunda, las concepciones de los estudiantes, plantilla de observación en el aula para registrar la interacción en las actividades, al respecto Cacharro (2021) señala que el diario de campo para registrar las reflexiones y las percepciones del investigador auxiliar, pruebas diagnósticas antes y después de la intervención para medir el avance.

El proceso de investigación se desarrolló mediante ciclos de la planificación, acción y observación reflexión; en primer lugar, la planificación incluye el diseño de una secuencia didáctica basada en las fases del modelo de Van Hiele y principios del Aprendizaje Significativo, seguidamente, la acción coincide con la puesta en práctica de la secuencia durante las semanas, se observó y se reflexionó durante todo el proceso con la ayuda de la plantilla de observación, el diario de campo y el análisis de las respuestas de las pruebas (Hernández y Mendoza, 2018). La retroalimentación constante permitió ajustar la intervención en tiempo real, como característica distintiva de la IAP que busca la mejora continua, cabe destacar que todas las fases del estudio se ejecutaron conforme a los principios éticos, de igual manera, se obtuvo el consentimiento informado de los padres o acudientes y los propios estudiantes, asegurando así la voluntad de los participantes. También se adoptó la garantía de la confidencialidad de la información recopilada usando nombres o seudónimos, así como la eliminación de toda la información que pudiera identificar individualmente a los participantes porque se reconoce el anonimato y se protege la integridad personal, de este modo, el compromiso por la ética es un requisito en la investigación actual.

Esta metodología integral, que articula un enfoque cualitativo interpretativo con la pragmática de la investigación acción participativa (IAP) y la robustez de la triangulación, articula un sustento firme para investigar y validar la propuesta didáctica en cuestión, puesto que ofrece no solamente una descripción del fenómeno investigado, sino evidencia empírica relativa al impacto de este, que puede poner de manifiesto elevados estándares de rigor exigidos por las revistas científicas arbitradas.

#### 4. Resultados

El estudio de los datos recopilados muestra una concreta y progresiva evolución del razonamiento estadístico de los estudiantes, avocada por la coincidencia metodológica de los cinco instrumentos aplicados en la investigación; cabe destacar que los resultados se presenta recopilado en 4 dimensiones analíticas que con la línea base y evolucionario cuantitativo, progresión cognitiva que se ajusta al modelo de Van Hiele, condiciones identificadas del aprendizaje significativo y la validez por triangulación.

##### 4.1 Línea base y evolución cuantitativa

La prueba diagnóstica aplicada a través del pre-test, estableció una línea base concretada en limitaciones conceptuales estructurales donde el 66 % de los estudiantes presentó confusiones entre la variable cualitativa, las magnitudes numéricas o reafirmaciones desde la intuición y la asociación perceptual directa, cabe destacar que este patrón evidenció un razonamiento pre-analítico; es decir, la variable se consideraba como un dato aislado, como una categoría no sujeta a ordenación, clasificación y representación estadística. Así mismo, el cuestionario auxiliar corroboró esta tendencia donde se evidenció que, la mayoría de los informantes, abordaba la interpretación verbal de gráficos y tablas de forma literal, con escasa relación entre las frecuencias alcanzadas, las categorías presentadas y el propio contexto.

Como resultado de la aplicación de la secuencia didáctica, el post-test demostró un avance notable, donde el 79% de los estudiantes logró distinguir correctamente variables cualitativas de variables cuantitativas,

representar arreglos de datos en tablas de frecuencias simples y extraer información explícita de simples representaciones gráficas. Este avance representa no solo un aumento del rendimiento operativo, sino un avance cualitativo de la comprensión conceptual, reforzada por la clara reducción sistemática de errores de clasificación y por una adecuada utilización de los criterios de exhaustividad y de exclusividad conmutativa en las respuestas.

## 4.2 Evolución cognitiva de acuerdo al modelo de Van Hiele

El análisis cualitativo de las producciones escritas, de los registros de observación y de las transcripciones de entrevistas construyó un recorrido de razonamiento que cumple con la lógica secuencial del modelo de Van Hiele aplicado a la estadística escolar, en donde se describió un recorrido que va de niveles del procesamiento concreto a niveles de la abstracción relacional, caracterizado por cinco descriptores del proceso de aprendizaje que emergían de la enseñanza, tal como se muestra en la siguiente tabla:

**Tabla 1.** Niveles según Van Hiele

| Nivel de Van Hiele<br>(Adaptado)   | Descriptor emergente                                | Manifestación empírica                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nivel 0/1:<br>Reconocimiento       | Identificación de variables en contextos cotidianos | Reconocimiento intuitivo de atributos (color, preferencia, género) sin explicitar criterios de clasificación. Uso de lenguaje coloquial y asociación perceptual directa.                                     |
| Nivel 2:<br>Análisis/Clasificación | Clasificación y organización de datos en categorías | Agrupación de datos según propiedades invariantes. Reconocimiento de categorías mutuamente excluyentes y exhaustivas. Construcción inicial de tablas de frecuencia con apoyo visual.                         |
| Nivel 3: Deducción informal        | Construcción de tablas e interpretación gráfica     | Formulación de definiciones operativas de “variable cualitativa”. Relación explícita entre frecuencia absoluta/relativa y representación visual. Justificación parcial de decisiones de agrupación.          |
| Nivel 4: Argumentación             | Uso contextual e inferencial de la información      | Aplicación de la caracterización para resolver problemas contextualizados. Comparación de distribuciones, identificación de tendencias y validación de resultados mediante criterios lógicos y contextuales. |

Fuente: Elaboración propia

No todos los estudiantes lograron alcanzar el mismo nivel al mismo tiempo. Aproximadamente un 15 % se quedó en una posición intermedia entre los niveles 2 y 3 y alcanzó un razonamiento predominantemente procedimental: sabían rellenar tablas y tenían capacidades para trazar gráficos, pero les costaba explicar el estadístico que representa la frecuencia relativa y generalizar dicha idea a otro contexto nuevo. La heterogeneidad del aprendizaje es consistente, pues refleja la no linealidad del desarrollo cognitivo y resalta la necesidad de una pedagogía diferenciada y escalonada.

## 4.3 Evidencias de aprendizaje significativo

La integración de la teoría de Ausubel permitió identificar las condiciones psicopedagógicas que propiciaron el anclaje cognitivo, en tal sentido, las entrevistas semiestructuradas, el diario de campo resultante de las prácticas y la propia enseñanza indicaron que la internalización conceptual se puso en marcha siempre que se dieran tres condiciones básicas, la activación de los conocimientos previos relevantes, donde los estudiantes evidenciaron una mejor predisposición a la hora de trabajar el contenido cuando las variables cualitativas utilizadas se asociaban a fenómenos que ya conocían, por ejemplo: votaciones en la escuela, deportes preferidos, características físicas de los colegas. Esta contextualización actuó, además de ser un organizador previo, como el modo de disminuir la carga cognitiva y al mismo tiempo, facilitar la asimilación de la terminología estadística.

Así mismo, la afectividad y motivación, en ella se detectó un patrón reiterado de preferencia hacia actividades que fusionaban el componente lúdico con la reflexión conceptual, por otra parte, la colaboración, la retroalimentación formativa inmediata y el uso de guías visuales estructuradas derivaron un clima de seguridad cognitiva que disminuyó la ansiedad matemática y promovió la participación. Por otra parte, la no arbitrariedad no sustantiva, donde las producciones de los estudiantes demostraron que el aprendizaje fue un fenómeno más



allá de la simple memorización mecánica, al verbalizar los alumnos la vinculación entre el dato, la categoría y la representación gráfica.

Expresiones como una variable cualitativa no se mide, sino que se agrupa por características o el gráfico relaciona qué grupo tiene más votos, no números a la deriva evidencian la reconfiguración estructural de la cognición hacia esquemas estadísticos funcionales. Por otro lado, el análisis cualitativo también evidenció una dificultad persistente en el sentido proporcional, donde varios estudiantes calculaban correctamente la frecuencia relativa, pero la transformaban en un valor absoluto o descontextualizado, este aspecto refleja que el aprendizaje se situaba en la fase de consolidación asimilativa, precisando un trabajo más exhaustivo en la verbalización del sentido y en la comparación de distribuciones, a fin de alcanzar un anclaje eficazmente significativo.

#### **4.4 Triangulación metodológica y consistencia de los hallazgos**

La solidez de los resultados se justificó mediante el uso de una estrategia exhaustiva de triangulación de fuentes, técnicas e instrumentos, de acuerdo con los criterios de credibilidad, dependencia y confirmabilidad sugeridas por Lincoln y Guba (1985). La comparación cruzada de las estrategias permitió obtener hallazgos convergentes, donde a través del cuestionario y pre/post-test se colocaron en relación las concepciones primarias con los cambios en el rendimiento, evidenciando la existencia de un entramado de correspondencias entre la autopercepción del alumnado y el rendimiento real en las tareas de comprensión, organización y justificación. De igual manera, las entrevistas semiestructuradas, profundizaron en los procesos de razonamiento para responder a la tarea escrita, mostrando una transición del nivel de justificación perceptiva, a la justificación conceptual, y el uso del trabajo en grupo, con respecto a la plantilla de observación en aula, se recopilaban comportamientos observables de engagement, interacción entre pares y uso autónomo de organizadores gráficos, mostrando una correlación positiva con los resultados del post-test y finalmente el diario de campo, registró reflexiones metacognitivas del investigador auxiliar, variaciones pedagógicas en tiempo real, así como la existencia de cambios en el trabajo en grupo que podían explicar variaciones en la velocidad de aprendizaje.

Un hallazgo transversal fue que los estudiantes que avanzaron dos o más niveles en la prueba posterior también exhibieron mayor mediación cognitiva en las discusiones grupales, formulación de preguntas generadoras en las entrevistas y uso estratégico de representaciones visuales durante las tareas. Esta consistencia inter-instrumental refuerza la validez interna del estudio y confirma que la articulación didáctica entre la secuencia de Van Hiele y las condiciones del aprendizaje significativo operó como un andamiaje efectivo para el desarrollo del pensamiento aleatorio, por ende, la triangulación no solo corrobora los avances, sino que matiza su alcance, señalando áreas de consolidación pendiente y validando la propuesta como replicable en contextos educativos con características similares.

Siguiendo el hilo conductor del escrito, se puede destacar que el análisis de los resultados de la intervención pedagógica da lugar a implicaciones prácticas que sugieren ser de gran interés para la enseñanza de la estadística en la escolaridad primaria. La propuesta didáctica, que se sostiene en la síntesis del Modelo de Van Hiele y del Aprendizaje Significativo, escapa a ser un ejercicio académico más y sugiere ser un conjunto de herramientas y estrategias concretas que los docentes puedan saber adaptar y aplicar en sus clases, en este orden de ideas, la primera implicación que se puede tomar en consideración es la necesidad de un diagnóstico del nivel de razonamiento de los estudiantes antes de comenzar la unidad de estadística.

El modelo de Van Hiele indica que no todos los niños pueden realizar la misma tarea de la misma forma, donde un profesor que es consciente de que algunos de sus alumnos aún están en la fase de análisis, es decir, el de encontrar propiedades aisladas o de reconocimiento, puede llevar a cabo las experiencias que le permita acabar de consolidar esa fase antes de poder exponerlos a tareas de clasificación o definición (Parra y Villa, 2017). Esto supone, al mismo tiempo, renunciar a un enfoque monolítico o en el que se trabaja un solo tipo de educación y asumir el de una pedagogía más flexible y adaptada a las formas individuales, por ejemplo, se podrían usar más imágenes y objetos concretos para estudiantes en las fases inferiores, mientras que se introduce un lenguaje más técnico y se plantean problemas de clasificación para aquellos que ya han alcanzado la fase de clasificación.

Una segunda implicación práctica se centra en el diseño de secuencias de actividades que sigan una progresión lógica, guiada por las fases de Van Hiele, donde la intervención demostró que los estudiantes avanzaron de

manera más efectiva cuando las actividades fueron cuidadosamente organizadas para ir de lo concreto a lo abstracto, de la descripción a la definición, esto significa que una unidad sobre variables no debería comenzar directamente con la definición formal, es decir, debería comenzar con la identificación de variables cualitativas en contextos significativos para los niños, como su entorno familiar, sus intereses, sus compañeros, seguida de la organización de esos datos en tablas o pictogramas, y finalmente culminar con la formulación de una definición compartida y la distinción entre variables cualitativas y cuantitativas. Este enfoque secuencial asegura que los estudiantes construyan una base sólida y evite que lleguen a conceptos abstractos sin el soporte conceptual necesario, un problema común que conduce al aprendizaje superficial, por ello, la actividad de describir, clasificar, definir y demostrar se convierte así en una hoja de ruta práctica para el diseño curricular (Lemos, 2016).

La tercera e incluso más relevante implicación práctica se centra en la promoción activa del Aprendizaje Significativo, en tal sentido, la intervención había sido adecuada al conocer la importancia que la nueva idea de variable cualitativa poseía para los estudiantes y al relacionar esta nueva idea con los conocimientos previos y con su propia experiencia vital, por lo que ello conllevaba una necesidad de actuación del docente como facilitador, pero también como diseñador de oportunidades para conectar. En este orden de ideas, acciones tales como problematizar situaciones cotidianas, usar debates en grupos pequeños para justificar las decisiones de clasificación o invitar a los estudiantes a buscar ejemplos de variables cualitativas que puedan encontrar en su propia comunidad son importantes. El currículo de matemáticas a menudo muestra los conceptos de forma aislada; este estudio muestra la necesidad de situar la estadística en un contexto social, personal, de manera que, cuando los datos adquiridos representan algo que el alumnado identifica como importante, el aprendizaje deja de resultar mecánico para pasar a ser una herramienta con la que interpretar el mundo.

Por lo tanto, las implicaciones en relación a la práctica docente son evidentes, ya que los profesores tienen que ser expertos no solo en el contenido matemático sino también en la psicología del aprendizaje, generando experiencias que promuevan la curiosidad, franqueen el debate y lleven a cabo las conexiones de manera explícita entre el nuevo conocimiento y el previo. Por ende, la propuesta didáctica realiza un modelo constructivista en el que el conocimiento es construido activamente por el aprendiz en la mediación adecuada del profesor y del ambiente de aprendizaje; por último, la concordancia de los hallazgos trae también implicaciones para la formación inicial y continuada de los docentes de matemáticas, es por ello que muchos programas de la formación de docente inciden en la adquisición del contenido es decir, conocimiento matemático y la pedagogía de la enseñanza, pero en muchas ocasiones se pierde de vista el hecho de que el conocimiento pedagógico de contenido es justamente la intersección entre ambos.

Los resultados del presente estudio evidencian la importancia de que los futuros docentes adquieran conocimientos sobre modelos de desarrollo cognitivo como el de Van Hiele y teorías del aprendizaje como la de Ausubel, sobre todo, de cómo implementarlos a través de la práctica docente, la formación debería incluir talleres de tipo práctico en donde los futuros educadores puedan mirar videos de la práctica docente, revisar portafolios de estudiantes y elaborar unidades didácticas con enfoque en el avance de niveles del razonamiento y el aprendizaje significativo de los alumnos. Es por ello, que capacitar a los futuros docentes con estas bases teóricas y prácticas puede ayudar a mejorar la calidad de la enseñanza de la estadística, por consiguiente, la probabilidad de que los alumnos logren una base matemática bien cimentada y consolidada desde la primera infancia.

## 5. Discusión

La interpretación que se desarrolla a partir de los hallazgos producto de esta investigación, son los que permiten exhibir una discusión crítica y fundamentada del modelo de razonamiento Van Hiele, entendida a partir de los conocimientos que entrega la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la misma que articula variables cualitativas que van a formar parte de la caracterización para los estudiantes del 6º grado de educación básica secundaria. La discusión se realiza a partir de cuatro ejes analíticos: contrastación de resultados con la teoría, implicaciones pedagógicas y didácticas, limitaciones del estudio y líneas de trabajo futura.

Los hallazgos evidencian que la conexión del modelo de Van Hiele propuesto en este estudio con el aprendizaje significativo, se traduce en un andamiaje pedagógico eficaz para facilitar la progresión hacia el razonamiento desde un enfoque visual descriptivo a niveles analíticos y argumentativos del aprendizaje de variables

cualitativas, evidenciado en el inicio del trabajo que este hallazgo se encuentra en la línea y formulación de los resultados que Vargas (2013) refiere, y que sostiene que el modelo de Van Hiele, teórico, permite avanzar cuando se desarrollan secuencias de actividades didácticas intencionales que contemplan la estructura secuencial que, en un contexto, va a implementar la progresión del razonamiento, en el que las actividades propuestas van a promover la activación de los conocimientos previos y dentro del ámbito, el aprendizaje con respecto a conceptos estadísticos es confirmado cuando pasa a ser tratado desde situaciones familiares; confirmando así el eje central del aprendizaje significativo que Ausubel (2002) propone.

Sin embargo, la heterogeneidad en los avances de estudiantes, en donde el 15% de ellos continúa en el tránsito entre el nivel 2 y el nivel 3 en la evaluación final, evidencia la naturaleza no escalonada del desarrollo cognitivo reseñado por Fouz (2006), quien apreció que el salto entre niveles debe venir precedido de una anterior consolidación y requiere un mediador pedagógico diferente, pero también concuerda con la información de Cáceres (2017) y Chavarría (2020), quienes afirmaron que la implementación del modelo de Van Hiele refleja que los estudiantes avanzan según distintas velocidades en actividades estadísticas y geométricas, respectivamente. La investigación muestra que la citada heterogeneidad no supone un límite del modelo, sino que es una propiedad inherente de la naturaleza del aprendizaje a la que se le puede dar salida a partir de estrategias de andamiaje flexible.

Un hallazgo importante fue la persistencia de las dificultades en la comprensión proporcional de la frecuencia relativa, a pesar de que los estudiantes dominaban el procedimiento para calcularla, este resultado se opone frontalmente a la literatura sobre alfabetización estadística tal como lo aseveran Franklin et al. (2020) y Watson (2021) quienes sostienen que los estudiantes ejecutan mecánicamente fórmulas de manera invariable sin preocuparse por el significado que tienen detrás (Franklin et al., 2020). En términos de aprendizaje significativo, esto indica que los nuevos conceptos se encuentran en una etapa de asimilación temprana, en la que no han sido diferenciados ni integrados, de una manera estable, en un sistema cognitivo (Ausubel, 2002), por tanto, se hace necesaria una mayor práctica en la verbalización del significado, en la comparación de resultados, así como en la interpretación de lo que las cifras y valores representan en las situaciones que se han analizado.

De igual manera, a través de los hallazgos de esta investigación se ofrecen implicaciones de carácter práctico muy importantes para la enseñanza de la estadística en la educación básica, en primer lugar, queda validada la necesidad de un diagnóstico respecto del nivel de razonamiento que muestran los estudiantes antes de iniciar la unidad de curricular relacionada con las variables cualitativas. De acuerdo con el modelo de Van Hiele, no todas las personas son capaces de realizar la misma tarea de la misma manera de acuerdo a lo descrito por Vargas (2013), por el que el docente tiene la obligación de gestionar actividades diferenciadas que pueden, primero consolidar la base conceptual, posteriormente, situar a los estudiantes ante las tareas de clasificación o definiciones.

Todo ello exige la necesidad de dejar de lado un planteamiento monolítico para hacer del aforo de una pedagogía flexible, adecuada a las particularidades personales de cada aprendiz; en segundo lugar, la indagación propicia la implementación de secuencias didácticas que recuperen el orden lógico de acuerdo con las fases del modelo de Van Hiele como reconocimiento, clasificación, representación, argumentación. Los resultados de la intervención mostraron que los alumnos progresaron con más facilidad cuando las actividades se habían dirigido con el orden de ir progresivamente del ámbito concreto hacia el más abstracto y evitar conceptos que pueden ofrecer lugar a un aprendizaje muy superficial, por lo tanto, la secuencia se convierte en una práctica de recurso para el proceso de diseño curricular de la estadística escolar.

En tercer lugar, la promoción activa del aprendizaje significativo aparece como una condición indispensable para que la construcción conceptual tenga éxito; una buena parte del éxito de la intervención dependía de la capacidad de los estudiantes para establecer un vínculo entre la noción de variable cualitativa con el conocimiento anterior o con experiencias de vida. Esa necesidad de pedir a un docente que actúe como facilitador de oportunidades para realizar estas conexiones lo llevaría a realizar actividades que pasan por problematizar situaciones cotidianas, debatir en pequeños grupos, buscar ejemplos en la comunidad, entre otros.



El currículo de matemáticas presenta con frecuencia los conceptos de forma aislada, pero este estudio enfatiza la importancia de situar la estadística desde un contexto social y personal, ya que las evidencias del estudio tienen consecuencias para la formación inicial y continua de los docentes de matemáticas, muchas de las formaciones iniciales se enfocan fundamentalmente en el dominio del contenido y de las técnicas pedagógicas genéricas y dejan de lado el conocimiento específico del contenido pedagógico que es la intersección entre ambas. Este estudio añade una necesidad a la formación de los futuros docentes en función de modelos de desarrollo cognitivo como el de Van Hiele o en función de teorías de aprendizaje como el modelo propuesto por Ausubel y sobre todo, en función de cómo implementarlos posteriormente en la práctica de aula.

Es necesario señalar las limitaciones cualitativas que presenta el diseño de la investigación. Este trabajo se realizó en un único caso en la Institución Educativa Marcos García Carrillo, Colombia, con una muestra de 60 estudiantes delimitada a un solo grupo, esto genera que los resultados no sean generalizables a otras situaciones, poblaciones o sistemas educativos. Donde, la cultura escolar, el perfil sociocultural y socioeconómico del alumnado, la preparación o formación que reciben los docentes de la institución y el contexto curricular pueden tener en gran medida un impacto en los resultados obtenidos.

De esa forma, la generalizabilidad del estudio es media, ya que los resultados deben ser interpretados en el ámbito de la Escuela donde se realiza la investigación, asimismo, otra limitación a tener en cuenta podría ser la posible presencia de sesgo por parte del investigador, que es quien diseñó y participó en la intervención. Pese a que la triangulación de la información y la utilización de notas en un diario de campo ayudaron a mitigar esta limitación, no la eliminaron, es por ello que reconocer las limitaciones no debilitan el estudio, sino que muestra la voluntad de la autora de realizar una comunicación honesta y precisa sobre los resultados.

## 6. Conclusión

El análisis de la información conjunta muestra un cambio progresivo y sistemático en el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes, que se ve apoyado por los puntos de convergencia que comparten cada uno de los cinco instrumentos utilizados. La primera prueba diagnóstica estableció una línea de base, caracterizada por limitaciones en el nivel conceptual estructural, siendo que el 66% de los estudiantes demostraron dificultades para identificar y clasificar las variables cualitativas, siendo que confunden los propios con magnitudes numéricas o alternatively desde el ejercicio intuitivo o la asociación inmediata vinculada con la percepción de los datos, manifestando un razonamiento no analítico de la variable como un dato solo y no como una característica que debe ser clasificada, organizada y representada en forma de información estadística.

A partir de la implementación de la secuencia didáctica basada en el modelo de Van Hiele y el aprendizaje significativo, el post-test muestra un cambio significativo donde el 79% de los estudiantes ya son capaces de clasificar correctamente las variables cualitativas de las cuantitativas, de organizar conjuntos de datos mediante tableros de frecuencia simples y de utilizar correctamente cada información contenida en representaciones gráficas simples, lo cual no sólo muestra una mejora operativa en relación con el pre-test, sino para cada individuo que puede llegar a considerar un salto cualitativo en el dominio del conocimiento donde queda corroborado por la reducción sistemática de errores en la clasificación y por la utilización de criterios de exhaustividad y de exclusión mutua en las respuestas.

El trabajo de campo realizado en la producción escrita, en los registros de observaciones en el aula y en las transcripciones de las entrevistas se convirtió en una fuente valiosa para construir una trayectoria de razonamiento que sigue de forma coherente la secuencia del modelo de Van Hiele, adaptado al dominio de la estadística escolar, estructurando un recorrido desde niveles de procesamiento de forma hacia niveles de procesamiento de la abstracción relacional, en el que se podría identificar cinco descriptores emergentes del aprendizaje, que son el reconocimiento de variables en contextos cotidianos, donde los estudiantes identificaban atributos como el color, preferencia o género, pero no verbalizaban los criterios según los cuales se clasificaba la información recogida; la clasificación y organización de los datos mediante el uso de categorías, donde era evidente cómo se agrupaban los datos según propiedades invariantes y se reconocían las categorías excluyentes y exhaustivas; la construcción de tablas de frecuencia y la interpretación gráfica, en la que se formulaban definiciones operativas de variable cualitativa y la relación entre la frecuencia absoluta,

frecuencia relativa y la representación visual; así como la argumentación acerca de la información estadística obtenida, en el que los estudiantes aplicaban la caracterización en la resolución de problemas en contextos cotidianos, en la comparación de distribuciones y la validación de resultados de los problemas mediante criterios lógicos y contextuales.

No todos los estudiantes alcanzaron el mismo nivel al mismo tiempo; aproximadamente un 15% de ellos se mantuvieron en transición entre los niveles 2 y 3, predominando el razonamiento de carácter procedimental donde realizaban correctamente el llenado de tablas y el trazado de gráficos, pero difícilmente lograban explicar el significado estadístico de las frecuencias relativas o generalizar el concepto a casos nuevos, señalando una heterogeneidad perfectamente compatible con la propia no linealidad del desarrollo cognitivo, la cual vuelve a poner de manifiesto la correcta utilización de la pedagogía diferenciada o escalonada. En tal sentido, la incorporación de la teoría de Ausubel, permitió poner de relieve las condiciones psicopedagógicas que facilitaron la obtención del anclaje cognitivo; las entrevistas semiestructuradas y el diario de campo demostraron que el proceso de internalización de los conceptos se activó al cumplirse tres condiciones básicas, primeramente, la activación de conocimientos previos relevantes, que en el caso de los estudiantes mostraban un mayor engagement cuando las variables cualitativas se veían asociadas a hechos familiares como las votaciones a la hora de elegir al mejor examinado en una promoción, sus deportes preferidos, y algunos rasgos físicos, la contextualización afectó de forma positiva sobre el resto de las tareas siendo un organizador previo que permitió reducir la carga cognitiva y facilitar la asimilación de la terminología estadística.

En este orden de ideas, la disposición afectiva y motivacional, teniendo en cuenta que en la observación se evidenciaba un perfil de preferencias recurrentes de actividades que hacían a la vez centro del juego y de la reflexión conceptual, en el que el trabajo en equipo, la retroinformación formativa inmediata y las guías visuales esquemáticas propiciaban un clima de seguridad cognitiva que favorecía la conducta con la disminución de la ansiedad matemática y el desarrollo de la conducta; vinculación no arbitraria y sustancial, constatable en la producción de los estudiantes y en el que el aprendizaje dejaba huellas de la transgresión de la simple memorización mecánica, hasta el momento en que los alumnos daban cuenta de la relación entre el dato, categoría y representación gráfica con expresiones como una variable cualitativa no se mide, se agrupa por características o el gráfico da qué grupo tiene más votos, no números sueltos, que dan cuenta del cambio de la estructura cognitiva en favor de los esquemas estadísticos funcionales. Pero el análisis también dio cuenta de una dificultad persistente, donde la interpretación proporcional, en la medida en que algunos de los estudiantes calculaban frecuencias relativas como valores absolutos y aún en la fase de significación, descubrimiento que presenta la idea de que el aprendizaje se estaba gestando en una línea de consolidación asimilativa, exigiendo mayor protagonismo de lo verbal y comparación entre distribuciones para una óptima anclada de significación.

En tal sentido, se manifiesta que los hallazgos son robustos debido a que se implementó una estrategia exigente de triangular las fuentes, técnicas e instrumentos a partir de los criterios de credibilidad, dependencia y confirmabilidad que definían Lincoln y Guba, dado que la triangulación puso de manifiesto una comunicación sistemática entre el cuestionario y el post - pre-test conectando las concepciones iniciales con la evolución del desempeño, donde se pudo constatar el cumplimiento entre la autopercepción estudiantil y el rendimiento objetivo; con las entrevistas semiestructuradas se desarrollaron los procesos de razonamiento que subyacen a las respuestas escritas, evidenciando el paso de la descripción perceptual hacia la justificación conceptual; con la plantilla de observación de aula se documentó comportamientos observables de compromiso, interacción entre iguales y del uso autónomo de organizadores gráficos, correlacionándose positivamente con los puntajes del post-test; con el diario de campo se dejaron constancia de reflexiones metacognitivas del investigador-auxiliar, de ajustes pedagógicos de forma casi on-line y de dinámicas de grupo que dejaron constancia de la variación en el ritmo de aprendizaje

Para finalizar, se destacar que un descubrimiento transversal fue que los estudiantes que avanzaron dos o más niveles en la prueba posterior también mostraron un mayor nivel de mediación cognitiva en las discusiones grupales, en la formulación de preguntas generadoras en las entrevistas y el uso estratégico de representaciones visuales en el trabajo de las tareas; se trata de una consistencia inter instrumental que refuerza la validez interna del estudio y confirma que la articulación didáctica entre la secuencia de Van Hiele y las condiciones del

aprendizaje significativo actuó a modo de andamiaje para poder desarrollar el pensamiento aleatorio, lo que da validez a la propuesta como replicable en otros contextos educativos con características similares.

## 7. Referencias bibliográficas

- Arias, F. (2012). *El Proyecto de Investigación: Introducción a la metodología Científica*. Caracas-Venezuela. Editorial Episteme C.A.
- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. 2ª edición, Barcelona: Paidós Ibérica.
- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid – España. Editorial Muralla
- Cáceres, G. (2017). *Aprendizaje de traslaciones en el plano fundamentado en el modelo de Van Hiele, mediado por Geogebra*. Universidad Autónoma de Bucaramanga
- Chavarría, N. (2020). *Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica*. Universidad Nacional Hermilio Valdizán. Perú
- Fouz, F. (2006). *Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele*. Sigma Revista de Matemáticas 28(5), 33-58. [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_28/5\\_test\\_geometrico.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_28/5_test_geometrico.pdf)
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría*. <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>
- Fuentes, C. (2017). *Los Triángulos en el marco del modelo de Van Hiele utilizando las Tic, en niños de sexto grado de la Institución Educativa Instituto Técnico Alfonso López del Municipio de Ocaña*. Universidad Autónoma de Bucaramanga
- Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la Investigación. Las Rutas Cualitativa, Cuantitativa y Mixta*
- Jiménez, J. (2014). *Razonamiento y pensamiento estadístico en estudiantes universitarios*. In XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática. Brasil: Recife
- Lemos, J. (2016). *Modelo de Van Hiele en una estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial por medio del esquema corporal*. Universidad tecnológica de Pereira facultad ciencias de la educación licenciatura en pedagogía infantil Pereira
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE Publications. <https://doi.org/10.4135/9781412987196>
- Moreira, M. (2005). *A teoria da aprendizagem significativo de David Ausubel*. Fascículos de CIEF Universidad de Río Grande do Sul Sao Paulo.
- Parra, H., y Villa, J. A. (2017). *Vinculación de las matemáticas con la realidad. Implicaciones en la conformación del pensamiento profesional del docente*. Paradigma
- Vargas, G. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. UNICIENCIA Vol. 27, No. 1, [74-94]. Enero – junio 2013